

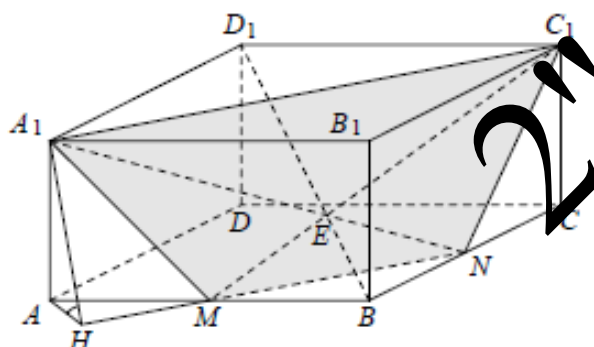
16

В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 2, а высота призмы равна 1. Точка E лежит на диагонали BD_1 , причём $BE = 1$.

а) Постройте сечение призмы плоскостью $A_1 C_1 E$.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

Решение. а) Прямые AB и $C_1 E$ лежат в одной плоскости ABC_1 и пересекаются в точке M . Аналогично, BC и $A_1 E$ лежат в одной плоскости BCA_1 и пересекаются в точке N . Трапеция $A_1 C_1 N M$ – искомое сечение.



б) $BD_1 = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$, а $BE = 1$. Поэтому $\frac{BE}{ED_1} = \frac{1}{2}$. Из подобия

треугольников $D_1 C_1 E$ и BME находим, что $\frac{BM}{D_1 C_1} = \frac{1}{2}$, откуда $BM = 1$.

Следовательно, $AM = 1$.

Аналогично, $BN = 1$. Опустим перпендикуляр AH на прямую MN . По теореме о трёх перпендикулярах $A_1 H \perp MN$, и, значит, $\angle A_1 H A$ – искомый угол.

Из треугольника AHM находим, что $AH = \frac{AM}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Тогда

$$\operatorname{tg} \angle A_1 H A = \frac{A A_1}{A H} = \sqrt{2}.$$

Ответ: б) $\operatorname{arctg} \sqrt{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ в обоих пунктах	2
Обоснованно найдено сечение в пункте а ИЛИ верно решён пункт б при отсутствии обоснований в пункте а	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

17

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

Решение. Пусть сумма кредита равна a , ежегодный платеж равен x рублей, а годовые составляют $k\%$. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент $m=1+0,01k$. После первой выплаты сумма долга составит: $a_1 = am - x$. После второй выплаты сумма долга составит:

$$a_2 = a_1m - x = (am - x)m - x = am^2 - mx - x = am^2 - (1+m)x.$$

После третьей выплаты сумма оставшегося долга:

$$a_3 = am^3 - (1+m+m^2)x = am^3 - \frac{m^3-1}{m-1} \cdot x.$$

По условию тремя выплатами Сергей должен погасить кредит полностью, поэтому $am^3 - \frac{m^3-1}{m-1} \cdot x = 0$, откуда $x = \frac{am^3(m-1)}{m^3-1}$.

При $a = 9\,930\,000$ и $k = 10$, получаем: $m = 1,1$ и

$$x = \frac{9\,930\,000 \cdot 1,331 \cdot 0,1}{0,331} = 3\,993\,000 \text{ (рублей).}$$

Ответ: 3 993 000 рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Получено верное выражение для суммы платежа, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу	2
Получено выражение для ежегодной выплаты, но уравнение не составлено ИЛИ верный ответ найден подбором	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3